

# **ПРОЛЕТНИ МАТЕМАТИЧЕСКИ СЪСТЕЗАНИЯ**

**Шумен, 29.03-31.03.2019 година**

**Б Р О Ш У Р А**

# УКАЗАНИЕ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ

## V клас

5.1. Дадени са изразите:  $A = \frac{2,5 - 2\frac{1}{3}}{2,5 + 3\frac{1}{3}} \cdot \frac{1,4 + 1\frac{1}{3}}{1,4 - 1\frac{1}{3}}$  и  $B = \frac{0,05}{\frac{1}{7} - 0,125} + 1,3$ .

А) Пресметнете  $A$  и  $B$  и ги сравнете.

Б) Задраскайте 2019-тата цифра след десетичната запетая на частното  $C = A:B$  и сравнете новополучената десетична дроб със стойността на  $C$ .

**Решение:**

$$\text{А) } A = \frac{2,5 - 2\frac{1}{3}}{2,5 + 3\frac{1}{3}} \cdot \frac{1,4 + 1\frac{1}{3}}{1,4 - 1\frac{1}{3}} = \frac{\frac{5}{2} - \frac{7}{3}}{\frac{5}{2} + \frac{10}{3}} \cdot \frac{\frac{7}{5} + \frac{4}{3}}{\frac{7}{5} - \frac{4}{3}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{35}{6}} \cdot \frac{\frac{41}{15}}{\frac{1}{15}} = \frac{41}{35} \quad (1 \text{ т.})$$

$$B = \frac{0,05}{\frac{1}{7} - 0,125} + 1,3 = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{7} - \frac{1}{8}} + 1,3 = \frac{28}{10} + \frac{13}{10} = \frac{41}{10} \quad (1 \text{ т.}) \Rightarrow B > A \quad (1 \text{ т.})$$

$$\text{Б) } C = \frac{41}{35} : \frac{41}{10} = \frac{2}{7} = 0,(285714) \quad (0,5 \text{ т.})$$

2019:6 = 336 (ост. 3) (0,5 т.)  $\Rightarrow$  2019-тата цифра след десетичната запетая на  $C$  е 5 (1 т.).

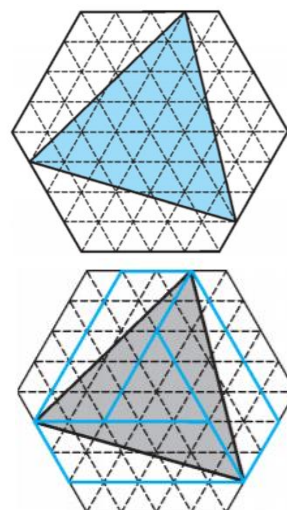
Следователно новополучената дроб е по-голяма от  $C$  (1 т.).

5.2. Фигурата на чертежа е съставена от еднакви равностранни триъгълници с лице  $1 \text{ cm}^2$ . Намерете лицата на оцветения триъгълник и на неоцветената част от фигурата.

**Решение:**

Оцветеният триъгълник се състои от 3 триъгълника с лице половината от лицето на успоредник с лице  $20 \text{ cm}^2$  (2 т.) и един триъгълник с лице  $9 \text{ cm}^2$  (1 т.) Следователно лицето му е:  $3 \cdot (20 : 2) + 9 = 39 \text{ cm}^2$ . (1 т.)

Фигурата се състои от 96 триъгълничета (1 т.). Следователно лицето на неоцветената фигура е  $96 - 39 = 57 \text{ cm}^2$ . (1 т.)



**5.3.** В кутия има 100 бонбона. Ани изяла няколко бонбона. Дошла Бети, и Ани изяла още един бонбон, за да може останалото количество бонбони да се раздели по равно на двете. След това дошла Вяра и Ани отново изяла 1 бонбон, за да могат да разделят останалите бонбони по равно на трите. Към тях се присъединили последователно Галя, Деси и Ева, и всеки път Ани изяждала по един бонбон, за да може останалото количество да се разпредели по равно на събралите се момичета. Накрая дошла и Жана. Колко най-малко бонбони трябва да изяде Ани този път така, че останалото количество бонбони да се разпредели по равно на седемте момичета?

**Решение:** Когато дошла Жана количеството бонбони  $N$  се дели на 6. Следователно  $N$  се дели на 2 и на 3 без остатък **(1 т.)** и на 4 – с остатък 2 **(1 т.)**. Следователно  $N$  се дели на 12 с остатък 6 **(1 т.)**.  $N$  се дели на 5 - с остатък 4 **(1 т.)**, следователно се дели на 60 с остатък 54 **(1 т.)**. Т.к бонбоните са били в началото 100, то  $N = 54$  **(1 т.)**. Следователно Ани трябва да изяде накрая най-малко 5 **(1 т.)** бонбона така, че останалите  $54 - 5 = 49$  бонбона да се делят на седемте момичета по равно.

**5.4.** Може ли да се поставят 1000 папки в 22 чекмеджета, така че във всяко чекмедже след първото да има или 5 папки повече, или 6 папки по-малко от предходното?

**Решение:** Нека означим папките в първото чекмедже с  $x$ . Тогава във второто може да има или  $x + 5$  или  $x - 6$  папки, в третото или  $x + 10$  или  $x - 1$  или  $x - 12$  **(1 т.)**. Означаваме папките в чекмеджетата с  $x, x + 5, x + 10, \dots, x + 105$  **(1 т.)**. Действителният брой папки в чекмеджетата се отличава от написаното число с 0 или кратно на 11 число **(2 т.)**. Сборът на всички папки в чекмеджетата е  $x + x + 5 + x + 10 \dots + x + 105 = 22x + 105 \cdot 11 = 11(2x + 105)$  или по-малък с кратно на 11 число **(2 т.)**. Сумата от папките се дели на 11, но 1000 не се дели на 11, следователно не може **(1 т.)**.