

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
РЕГИОНАЛНО УПРАВЛЕНИЕ НА ОБРАЗОВАНИЕТО – СОФИЯ-ГРАД

София 1303, ул. „Антим I”, № 17, тел.:9356050, факс:9883937, e-mail: rio_sofia_grad@mon.bg, www.ruo-sofia-grad.com

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

ОБЩИНСКИ КРЪГ - 15.12.2018 г.

ТЕМА ЗА VII КЛАС

Задача 1. Дадени са изразите: $P = a^2 - a + b - b^2$ и $Q = (a + b - 1)^2 + 3 - 3a - 3b$

А) Да се намери числената стойност на P и Q , ако a има стойност равна на по-малкия корен на

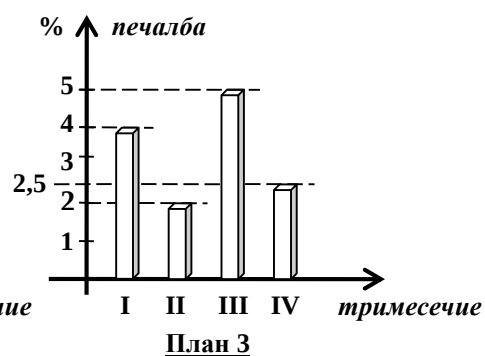
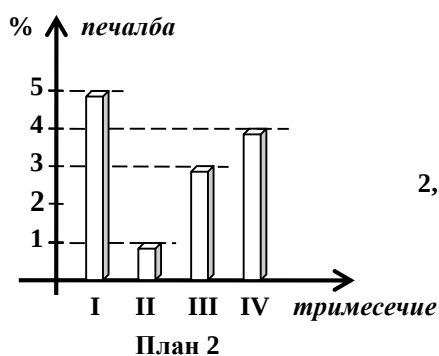
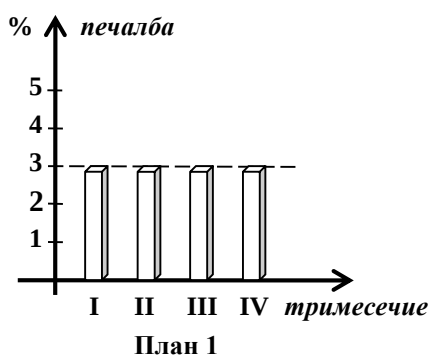
уравнението $\frac{x(-2x-1)^2}{4} + \frac{1}{4}(3x+2) = 2\left(\frac{1}{2} + x\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) + x^2 + 1$, а $b = \frac{57^3 - 59^3}{59^2 + 59 \cdot 57 + 57^2} + 1$.

Б) Да се разложат на множители многочлените P , Q и $P - Q$. (7 точки)

Задача 2. Иван, Николай и Васил си закупили еднакъв брой акции на една и съща цена, като Иван и Николай похарчили за това съответно 100% и 50% от парите си, а на Васил му останала сума, равна на $\frac{4}{5}$ от парите, които платил за своите акции. След покупката на тримата им останали общо 9000 лв.

А) Да се намери колко лева е имал всеки преди покупката.

Б) След месец тримата решили да вложат общо акциите си и заедно да ги предоставят на фонд, който им предлага три различни плана за инвестиране. В тях печалбата за всяко едно тримесечие се изчислява като процент от цената, на която са били закупени акциите. Плановете били показани на правоъгълни диаграми.



Да се изчисли каква е вероятността, ако изберат по случаен начин план за инвестиране, общата им печалба да бъде не по-малко 1900 лв. за една година. (7 точки)

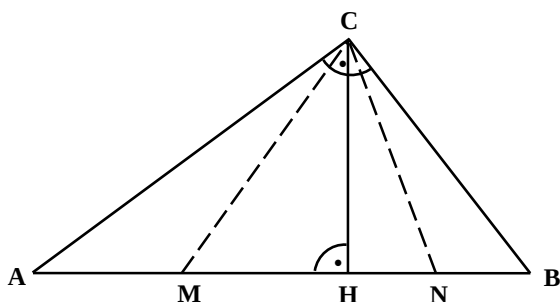
Задача 3. Страните на правоъгълния $\triangle ABC$ ($\angle ACB = 90^\circ$), изразени чрез x в сантиметри са: $AC = (3x + 2)$ см, $BC = (4x - 2)$ см и $AB = 5x$ см. Върху страната AB са избрани точки M и N ,

така че $AM : MN : NB = 3 : 5 : 2$.

А) Да се намерят дължините на страните и височината към основата на $\triangle ABC$.

Б) Да се намери обемът на права призма с основа $\triangle MNC$ и височина, която е с 87,5% по-голяма от височината на триъгълник ABC .

(7 точки)



Време за работа – 4 астрономически часа.

За областен кръг се класират учениците, получили не по-малко от 16 точки.

Желаем Ви успех!

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

ОБЩИНСКИ КРЪГ – 15.12.2018 г.

VII КЛАС

КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ

ЗАДАЧА 1.	
A) $\frac{x(4x^2 + 4x + 1)}{4} + \frac{3x + 2}{4} = 2\left(x^2 - \frac{1}{4}\right) + x^2 + 1$	1 т. (по 0,5т. за всяка формула)
свеждане до $4x^3 - 8x^2 + 4x = 0$	1 т.
$4x(x^2 - 2x + 1) = 0$, $x = 0$, $x = 1$, по-малкият корен е $x = 0$	1 т.
$b = \frac{(57 - 59)(57^2 + 57 \cdot 59 + 59^2)}{59^2 + 57 \cdot 59 + 57^2} + 1 = -2 + 1$, $b = -1$	0,5 т.
Намерено: $P = -2$	0,5 т.
Намерено: $Q = 10$	0,5 т.
Б) $P = (a - b)(a + b - 1)$	1 т.
$Q = (a + b - 1)(a + b - 4)$	1 т.
$P - Q = 2(a + b - 1)(2 - b)$	0,5 т.
ЗАДАЧА 2.	
A) Означаваме парите на Иван с x лв. Иван е похарчил 100% от парите си $\Rightarrow$ имал е x лв. и е купил акции за x лв.	0,5 т.
Николай е купил акции за x лв. и е похарчил за тях 50% от своите пари $\Rightarrow$ Николай е имал $2x$ лв.	0,5 т.
На Васил са останали $\frac{4}{5}x$ лв. $\Rightarrow$ е имал $x + \frac{4}{5}x = \frac{9}{5}x$ лв.	0,5 т.
Общо са имали $x + 2x + x + \frac{4}{5}x$ лв, а са купили акции за $3x$ лв.	0,5 т.
$x + 2x + x + \frac{4}{5}x - 3x = 9000$ (или $x + \frac{4}{5}x = 9000$)	1 т.
$x = 5000$	0,5 т.
Намерено: Иван - 5000 лв., Николай - 10000 лв., Васил - 9000 лв.	0,5 т.
Б) Общо акциите струват 15000 лв.	0,5 т.
по <u>План 1</u> - 1800 лв.	0,5 т.
по <u>План 2</u> - 1950 лв.	0,5 т.
по <u>План 3</u> - 2025 лв.	0,5 т.
Тъй като $1950 > 1900$ и $2025 > 1900$	0,5 т.

благоприятните случаи са 2 от общо 3. Търсената вероятност е $\frac{2}{3}$	0,5 т.
ЗАДАЧА 3.	
А) от Теоремата на Питагор $\Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow$ $(5x)^2 = (3x+2)^2 + (4x-2)^2$	1 т.
$x = 2$	1 т.
$AB = 10$ см, $AC = 8$ см, $BC = 6$ см.	0,5т.
$CH = 4,8$ см.	1 т.
В) От условието: $AM : MN : NB = 3 : 5 : 2 \Rightarrow MN = 5$ см.	1 т.
За намерено:	
$h = 9$ см.	1 т.
$B = 12$ см ²	1 т.
$V_{PP} = 108$ см ³	0,5 т.

Забележка: Всяко друго вярно решение на задачите, различно от предложените, се оценява с максимален брой точки.