СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“ – СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир „Иван Салабашев“

7 декември 2019 г.

Тема за 8-9 клас

(време за работа 120 минути)

След всяка от задачите от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 5 се присъждат по 2 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 6 до 10 се присъждат по 4 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 6 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори.

Отговорите и решенията на задачите може да намерите на адрес https://math.softuni.bg/. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес http://www.math.bas.bg/salabashev/ след 24.12.2019 г.

Журито Ви пожелава приятна работа.

---

1. Нека $f(x)=x^2+kx+110$. Ако $f(1)=f(20)$, числото $f(10)$ е равно на:

А) 0 **Б)** 1 **В)** 10 **Г)** 20

2. Ако $a=\dfrac{\frac{1}{2018}+1}{2019}$ и $b=\dfrac{\frac{1}{2019}+1}{2020}$, то дробта $\dfrac{a+b}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$ е равна на:

А) $\dfrac{1}{2018.2019}$ **Б)** $\dfrac{1}{2019.2020}$
В) $\dfrac{1}{2018.2020}$ **Г)** $\dfrac{1}{2018.2021}$

3. Петър излязъл на разходка и преброил, че в парка има два пъти повече жени отколкото мъже и два пъти повече мъже отколкото кучета. Той преброил още, че броят на очите и краката на хората и кучетата е 540. Колко кучета е имало в парка?

А) 16 **Б)** 18 **В)** 20 **Г)** 22

4. Иван, Мария, Петър и Ана разделили пакет с бонбони. Иван взел 20% от бонбоните, Мария взела 50% повече бонбони от Иван, Петър взел 50% повече бонбони от Мария и Ана взела останалите 2 бонбона. Колко бонбони е взел Петър?

А) 12 **Б)** 14 **В)** 16 **Г)** 18

5. Петър започва да брои числата

$$3, 8, 13, 18, \ldots.$$

В същото време и със същата скорост Иван започва да брои числата

$$2019, 2012, 2005, 1998, \ldots$$

Единственото число, което те ще кажат едновременно е:

А) 838 **Б)** 843 **В)** 848 **Г)** 853

6. Най-голямото цяло число n, за което уравнението

$$||x-1|-|x-3||=n$$

има решение е:

А) 1 **Б)** 2 **В)** 3 **Г)** 4

7. Даден е равнобедрен $\triangle ABC$ с $AB=AC$. Точка D върху страната BC е такава, че:

$$AD=CD \quad \text{и} \quad \sphericalangle BAD=36^\circ.$$

Тогава $\sphericalangle BAC$ е равен на:

А) 36° **Б)** 68° **В)** 72° **Г)** 84°

8. Естествените числа a и b са такива, че

$$4a-7b+28ab=2020.$$

Тяхното произведение ab е равно на:

А) 96 **Б)** 102 **В)** 106 **Г)** 108

9. Нека $p < q < r < s$ са прости числа, за които

$$pqrs + 1 = 4^{p+q}.$$

Числото $r + s$ е равно на:

А) 270 **Б)** 272 **В)** 274 **Г)** 278

10. В равнобедрен триъгълник е вписан квадрат с лице 1, като една от страните на квадрата лежи върху основата на триъгълника. Колко е лицето на триъгълника, ако центърът на квадрата съвпада с медицентъра на триъгълника?

А) $\frac{11}{4}$ **Б)** $\frac{9}{4}$ **В)** $\frac{7}{4}$ **Г)** $\frac{5}{4}$

11. Да се намери сборът на последните две цифри на числото

$$1^{2019} + 2^{2019} + 3^{2019} + \cdots + 101^{2019}.$$

12. Нека $a < b < c$ са цели числа, за които b е средното аритметично на a и c, а c е средното геометрично на a и b. Да се намери най-малката възможна стойност на abc.

13. Нека $a_5 = 5$ и $a_n = 1000a_{n-1} + n$ за всяко естествено число $n \geq 6$. Да се намери второто по големина естествено число $n \geq 6$, за което a_n се дели на 111.

14. Нека a, b, c са реални числа, за които

$$a + \frac{1}{b} = 2, b + \frac{1}{c} = 3, c + \frac{1}{a} = 4.$$

Да се намери $abc + \dfrac{1}{abc}$.

15. Да се намери максималният брой различни естествени числа всяко от които не надминава 2019 и такива, че сумата и произведението на всеки две от тях не се дели на 19.